

## SUB12-Problema 4

### Uma operação especial



O Daniel acabou de inventar uma operação muito especial com números, que representou pelo símbolo ♥. Os cálculos que ele fez com essa operação foram os seguintes:

$$12 \heartsuit 7 = 21$$

$$14 \heartsuit 31 = 20$$

$$40 \heartsuit 40 = 16$$

$$54 \heartsuit 7 = 63$$

$$28 \heartsuit 73 = 100$$

Quais são os números de **3 algarismos** que se podem escrever no espaço vazio para que o resultado da sua operação esteja correcto?

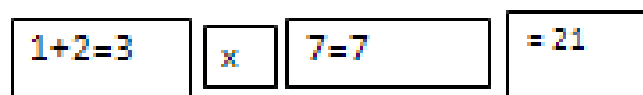
$$2011 \heartsuit \boxed{\phantom{000}} = 8$$

## RESOLUÇÕES DE PARTICIPANTES

*O Sub12 reserva-se o direito de editar as resoluções de participantes publicadas, exclusivamente no sentido de rectificar pormenores de linguagem ou de correcção matemática, respeitando o processo de resolução apresentado.*

Catarina Barbosa,

EB 2,3 Dr. José Neves Júnior, Faro



$$\begin{aligned} 12 \heartsuit 7 &= 21 \\ 14 \heartsuit 31 &= 20 \\ 40 \heartsuit 40 &= 16 \\ 54 \heartsuit 7 &= 63 \\ 28 \heartsuit 73 &= 100 \end{aligned}$$

$\heartsuit$  = multiplica-se a soma dos algarismos de cada número.

$$2011 = 2 + 0 + 1 + 1 = 4$$

4 vezes 2 dá 8 por isso pode ser:

$$2011 \heartsuit 200 = 8 \quad \text{ou} \quad 2011 \heartsuit 101 = 8 \quad \text{ou} \quad 2011 \heartsuit 110 = 8$$

$$2+0+0=2$$

$$1+0+1=2$$

$$1+1+0=2$$

*Eduardo Medeiros,*

*EBI de Reguengos de Monsaraz*

A operação corresponde à multiplicação da soma dos algarismos da esquerda pela soma dos algarismos da direita.

Ex:

$$14 \times 31 = 20$$

$$(1+4) \times (3+1) = 20$$

$$5 \times 4 = 20$$

$$2011 = 2+0+1+1 = 4$$

$$4 \times 2 = 8$$

2 pode ser representado por: 200, 110 e 101.

A minha resposta é 200, 110 e 101.

Ana Sofia Guerreiro

EB 2,3 Padre João Coelho Cabanita, Loulé

Peguei na 1.<sup>a</sup> conta e tentei arranjar maneira de chegar ao número 21.

$12 + 7 = 19$  logo não dá.

$12 \times 7 = 84$  logo também não dá.

$12 - 7 = 5$  não dá.

Depois tentei fazer:

$$7 \times 2 = 14$$

$$7 \times 1 = 7$$

$$14 + 7 = 21 \text{ e deu o resultado que eu queria.}$$

Tentei usar o mesmo raciocínio nas outras contas.

Comecei pela conta

$$54 \heartsuit 7 = 63$$

Fiz:  $7 \times 4 = 28$  e  $7 \times 5 = 35$  e  $28 + 35 = 63$ .

Achei que tinha conseguido encontrar a operação escondida.

Confirmei então para as outras contas:

$$14 \heartsuit 31 = 20 \quad \text{Fiz: } 1 \times 4 = 4, 1 \times 1 = 1, 3 \times 4 = 12, 3 \times 1 = 3 \quad \text{e} \quad 4 + 1 + 12 + 3 = 20$$

$$40 \heartsuit 40 = 16 \quad \text{Fiz: } 0 \times 0 = 0, 0 \times 4 = 0, 4 \times 0 = 0, 4 \times 4 = 16 \quad \text{e} \quad 0 + 0 + 0 + 16 = 16$$

$$28 \heartsuit 73 = 100 \quad \text{Fiz: } 3 \times 8 = 24, 3 \times 2 = 6, 7 \times 8 = 56, 7 \times 2 = 14 \quad \text{e} \quad 24 + 6 + 56 + 14 = 100$$

Então a operação escondida pelo símbolo  $\heartsuit$  consiste em multiplicar os algarismos de um dos números pelos algarismos do outro número e somar os resultados.

Para descobrir o número de três algarismos da conta  $2011 \heartsuit \underline{\hspace{2cm}} = 8$

Tentei o número 200.

$$2 \times 2 = 4, 2 \times 0 = 0, 2 \times 1 = 2, 2 \times 1 = 2 \quad \text{e} \quad 4 + 0 + 2 + 2 = 8$$

Depois fui ver se dava mais algum número. Pensei em números cuja soma dos seus algarismos fosse igual à soma dos algarismos do número 200. Existem os números 110 e 101.

Logo o problema tem três soluções: o número 101, o número 110 e o número 200.

*Adriana Alves,*

*EBI de Montargil, Ponte de Sôr*

### **Explicação das operações que o Daniel inventou:**

$$12 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 2 \\ \hline \end{array} 7 = 21 \quad (1 \times 7) + (2 \times 7) = 21 \quad \text{ou} \quad (1+2) \times 7 = 21$$

$$14 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array} 31 = 20 \quad (1 \times 3) + (1 \times 1) + (4 \times 3) + (4 \times 1) = 20 \quad \text{ou} \quad (1+4) \times (3+1) = 20$$

$$40 \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} 40 = 16 \quad (4 \times 4) + (4 \times 0) + (0 \times 4) + (0 \times 0) = 16 \quad \text{ou} \quad (4+0) \times (4+0) = 16$$

$$54 \begin{array}{|c|} \hline 5 \\ \hline 4 \\ \hline \end{array} 7 = 63 \quad (5 \times 7) + (4 \times 7) = 63 \quad \text{ou} \quad (5+4) \times 7 = 63$$

$$28 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 8 \\ \hline \end{array} 73 = 100 \quad (2 \times 7) + (2 \times 3) + (8 \times 7) + (8 \times 3) = 100 \quad \text{ou} \quad (2+8) \times (7+3) = 100$$

$$2011 \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} 200 = 8$$

$$2011 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 1 \\ \hline \end{array} 110 = 8$$

$$2011 \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline \end{array} 101 = 8$$

*Carina Silva, Carlos Ribeiro e Rita Cravinho*

*EBI/JI Fialho de Almeida, Cuba*

Se somarmos os algarismos que compõem cada um dos factores isoladamente obtemos um número. Multiplicando ambos os números obtemos o resultado pretendido como demonstramos em baixo:

$$\begin{aligned} 12 \heartsuit 7 &= 21 \\ (1+2) \times 7 &= 21 \\ 3 \times 7 &= 21 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 14 \heartsuit 31 &= 20 \\ (1+4) \times (3+1) &= 20 \\ 5 \times 4 &= 20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 40 \heartsuit 40 &= 16 \\ (4+0) \times (4+0) &= 16 \\ 4 \times 4 &= 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 54 \heartsuit 7 &= 63 \\ (5+4) \times 7 &= 63 \\ 9 \times 7 &= 63 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28 \heartsuit 73 &= 100 \\ (2+8) \times (7+3) &= 100 \\ 10 \times 10 &= 100 \end{aligned}$$


$$2011 \heartsuit \boxed{\phantom{000}} = 8$$

Utilizando o mesmo raciocínio, obtemos no primeiro factor o número 4 (2+0+1+1). Sabendo que o produto entre os factores é 8, então concluímos que a soma dos algarismos no segundo factor é 2 como a seguir apresentamos:

$$\begin{aligned} 2011 \heartsuit ??? &= 8 \\ (2+0+1+1) \times (?+?+?) &= 8 \\ 4 \times ? &= 8 \end{aligned}$$

Daqui concluímos que a soma dos algarismos no segundo factor é dois, porque:

$$4 \times 2 = 8$$

Sabendo que o número no segundo factor tem que ter três algarismos e a soma dos mesmos tem que ser igual a dois, então podemos concluir que os únicos números são os seguintes:

$$101 \text{ porque } 1+0+1 = 2$$

$$110 \text{ porque } 1+1+0 = 2$$

$$200 \text{ porque } 2+0+0 = 2$$

Nicolly Carvalho,

EB2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro

|                       |       |                                           |
|-----------------------|-------|-------------------------------------------|
| 12 (coração) 7 = 21   | ----- | $(1+2) \times 7 = 3 \times 7 = 21$        |
| 14 (coração) 31 = 20  | ----- | $(1+4) \times (3+1) = 5 \times 4 = 20$    |
| 40 (coração) 40 = 16  | ----- | $(4+0) \times (4+0) = 4 \times 4 = 16$    |
| 54 (coração) 7 = 63   | ----- | $(5+4) \times 7 = 9 \times 7 = 63$        |
| 28 (coração) 73 = 100 | ----- | $(2+8) \times (7+3) = 10 \times 10 = 100$ |

Depois de ter lido e pensado, descobri como é que a operação funcionava e que era a multiplicação da soma dos algarismos dos dois números.

E agora vou resolver o nosso problema:

Quais são os números de 3 algarismos que se podem escrever no espaço vazio para que o resultado da operação esteja correcto?

$$2011 \text{ (coração) } (- - -) = 8$$

E faço como descobri em cima:

$$(2+0+1+1) \times (- + - + -) = 8$$

$$4 \times (- + - + -) = 8$$

Ou seja, tenho de descobrir todos os números de 3 algarismos que dão soma 2, e que são: 101, 110 e 200.

*João Lourenço*

*EB2,3 Dr. Joaquim Magalhães, Faro*

1. Li muito bem o problema até o perceber bem.

2. Tentei perceber a lógica do problema, com operações possíveis. Até que comecei a raciocinar:

O 12 transforma-se em  $1+2 = 3$ ; depois multiplica-se  $3 \times 7 = 21$ .

A operação coração é a operação de multiplicar depois de adicionar os algarismos de cada número.

3. A lógica tem de funcionar também com as outras operações coração.

$$(1 + 4) = 5; 5 \times (3 + 1) = 5 \times 4 = 20$$

$$(4 + 0) \times (4 + 0) = 4 \times 4 = 16$$

$$(5 + 4) \times 7 = 9 \times 7 = 63.$$

$$(2 + 8) \times (7 + 3) = 10 \times 10 = 100$$

4. E por último vou descobrir a resposta, pois o problema tem várias respostas possíveis, as quais apresento em baixo:

$$2011 \heartsuit \boxed{101} = 8$$

$$2011 \heartsuit \boxed{110} = 8$$

$$2011 \heartsuit \boxed{200} = 8$$



Carolina Vieira Lino,  
EB2,3 das Naus, Lagos

Somando  $1+2$  é igual a 3. Três vezes  $7=21$ .

$$12 \heartsuit 7 = 21$$

$$14 \heartsuit 31 = 20$$

$3+1=4$   
 $5 \times 4 = 20$   
 $1+4=5$

$$40 \heartsuit 40 = 16$$

$4+0=4$   
 $4 \times 4 = 16$   
 $4+0=4$

$$54 \heartsuit 7 = 63$$

$7$   
 $9 \times 7 = 63$   
 $5+4=9$

$$28 \heartsuit 73 = 100$$

$7+3=10$   
 $10 \times 10 = 100$   
 $2+8=10$

Somei os dois algoritmos da esquerda e depois os da direita, de seguida multipliquei a soma dos algoritmos da esquerda pela soma dos algoritmos da direita.

Os três algoritmos que se podem escrever no espaço vazio são 110, 101 ou 200.

$$2011 \heartsuit \boxed{110} = 8$$

$2+0+1+1=4$   
 $1+1=2$   
 $4 \times 2 = 8$

Mariana Carraça

## EBI de Reguengos de Monsaraz

Comecei por tentar perceber que operação especial o Daniel tinha inventado. Após uma observação muito atenta e contas que fiz mentalmente, percebi o “jogo” do Daniel.

Primeiro tínhamos que somar os algarismos de cada número, tanto do multiplicando como do multiplicador. Substituí o ♥ pelo sinal de multiplicação (x) e verifiquei que os resultados batiam certo.

Assim:

|               |                            |                      |
|---------------|----------------------------|----------------------|
| 12 ♥ 7 = 21   | $(1+2) \times 7 = 21$      | $3 \times 7 = 21$    |
| 14 ♥ 31 = 20  | $(1+4) \times (3+1) = 20$  | $5 \times 4 = 20$    |
| 40 ♥ 40 = 16  | $(4+0) \times (4+0) = 16$  | $4 \times 4 = 16$    |
| 54 ♥ 7 = 63   | $(5+4) \times 7 = 63$      | $9 \times 7 = 63$    |
| 28 ♥ 73 = 100 | $(2+8) \times (7+3) = 100$ | $10 \times 10 = 100$ |

O passo seguinte tornou-se fácil de resolver.

Primeiro somei os algarismos do multiplicando:

$$2+0+1+1=4$$

Sabendo que o produto era 8 e que o coração representava uma multiplicação, fiquei logo a saber que o multiplicador tinha de ser 2.

$$8:4=2$$

Como o multiplicador tinha de ser um número de três algarismos, pensei naqueles que somando os algarismos, dessem o resultado de 2. Cheguei à conclusão que só era possível três números: 101, 110, 200.

$$101=1+0+1=2$$

$$110=1+1+0=2$$

$$200=2+0+0=2$$